指导材料

案例2问题的理论估算方法介绍

1. **理论推导计算系统可用性**

我们可以运用概率论的方法对系统的可用性进行数学推导，并运用MATLAB求解相应的结果，把所得结果与实验仿真结果进行对比和分析。

当系统处于工作时刻*t*时：

切换器A正常工作的概率为，从而A发生故障A1，A2，A3的概率分别为





切换器B正常工作的概率为，从而B发生故障B1，B2的概率分别为



于是，我们可以确定节点的六种状态所对应的概率分别为：













通过节点的各状态概率，我们可以进一步分析系统状态的概率。系统共有9个状态，但在编程时，我们只需要计算，就可以得到系统可用性。相对应，我们需要算出概率C5~C9，它们分别为：













根据以上系统各状态概率，我们可以分析系统的可用性表达式为：

然后借助MATLAB求结果

分析可知，C6、C7是不相容事件，可以直和，但C5与C6、C7之间并不独立。所以

但

以下思路可供参考：

1. 以n=7为例，穷举所有可能组合，按C1-C9判断并分类

表1 组合分析

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| PF | MO | SO | FB | DM | DN |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| … |  |  |  |  |  |
| 3 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| … |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 |

2）同时考虑单节点状态概率和某一组合的频次，可以得到表中每一组合的出现概率，例如表中第6行组合，概率应该是 (符号C是组合的意思；符号P是概率的意思，上标是幂)

3）逐个过滤每种组合，累计系统可用性概率

以上步骤可以设计MATLAB程序来完成计算。可以计算*t*=*w*时系统处于正常工作的概率。

1. **用系统可用性作为系统可靠性的近似**

我们需要注意，案例一课题要求中定义的系统可靠性指标为系统工作寿命超过某一定值*w*的概率，系统在期间一直有效工作。即



而前述分析计算可以获得的是系统在时刻*t*=*w*，瞬时状态为正常工作的概率。这一概率我们称之为系统可用性。即



在本例中，上述两个概率因下面分析的所谓“复活”现象，而有所差异。

在两种特定的情况下，案例一系统会发生先失效而后又恢复功能的所谓“复活”现象。所以，可用性数值会比可靠性为高。

情况一，同时有两个节点，系统失效。假如两个中至少一个节点内部切换器状态组合为（见表1），其后某一时刻切换器A发生A3故障，节点状态转为（）。由于两个节点争抢总线的情况消失，于是系统可能恢复功能。

情况二，系统处于状态，节点未能成为主节点，有效节点少于*k*个，系统失效。节点的切换器状态组合为，其后某一时刻切换器B发生B1故障，节点状态转为（），于是必然成为主节点，使系统内有效节点增加1个，系统功能得以恢复。

由于上述“复活”现象的发生概率比较小，所以用系统可用性计算结果作为可靠性近似解是合理的。当然，若能进一步分析“复活”现象的概率，对可用性数值加以修正，则可以更精确地得到可靠性的理论估算值。

1. **老师计算得出的部分结果（理论估算和随机试验仿真）**

表2 部分参考结果

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 可用性（AVAILABILITY）  理论估算 | 计算耗时(s) | 可靠性  （RELIABILITY）  随机试验仿真 | 系统平均  工作寿命 | 计算耗时（s）  随机试验样本数100000 |
| 4 | 0.4786 | 0.053 | 0.472 | 29946 | 23.026 |
| 5 | 0.7793 | 0.012 | 0.780 | 47644 | 37.711 |
| 8 | 0.9142 | 0.062 | 0.911 | 60585 | 68.120 |
| 10 | 0.8839 | 0.140 | 0.877 | 58373 | 90.305 |
| 12 | 0.8472 | 0.287 | 0.839 | 54798 | 97.930 |

注：表2中结果不视作标准答案，因为数学模型的微小差异会导致结果不同